



UCHBURCHAKLAR HAQIDA QISQACHA MA'LUMOTLAR.

Hamzayev Baxtiyor Amirovich

Ne'matov Shuxrat O'ktamovich

Umarov Shokirjon Sheraliyevich

Sharof Rashidov Nomidagi Samarqand Davlat Universiteti

Akademik Litseyi Matematika Fani O'qituvchilari

Annotatsiya:

Ushbu maqolada asosan uchburchaklar va ularning turlariga doir masalalar haqida qisqacha ma'lumotlar keltirilgan.

Kalit so'zlar: matematika, manbalar, geometriya, uchburchak tushunchasi, to'g'ri burchakli uchburchak, o'xshash uchburchak, matematik qonunlar.

Ushbu mavzuga doir misol va masalalarni yechishda quyidagilarni yodda tutish zarur.

1. Uchburchaklarning tenglik alomatlari:

Ikki uchburchak teng bo'lishi uchun quyidagi shartlardan biri bajarilishi kerak:

- a) birinchi uchburchakning ikki tomoni va ular orasidagi burchagi ikkinchi uchburchakning ikki tomoni va ular orasidagi burchagiga mos ravishda teng bo'lsa;
- b) birinchi uchburchakning bir tomoni va unga yopishgan burchaklari boshqa uchburchakning mos tomoni va unga yopishgan burchaklariga teng bo'lsa;
- s) birinchi uchburchakning uchta tomoni ikkinchi uchburchakning uchta tomoniga mos ravishda teng bo'lsa.

To'g'ri burchakli uchburchaklarning tenglik alomatlari: ikki to'g'ri burchakli uchburchak bir-biriga teng bo'lishi uchun quyidagi shartlardan biri bajarilishi kerak:

- a) gipotenuzasi va bir o'tkir burchagi ikkinchisining gipotenuzasi va bir o'tkir burchagiga teng bo'lsa;
- b) kateti va qarshisidagi burchagi ikkinchisining mos kateti va qarshisidagi burchagiga teng bo'lsa;
- s) gipotenuzasi va bir kateti mos ravishda ikkinchisining gipotenuzasi va bir katetiga teng bo'lsa.

International Conference on Modern Science and Scientific Studies

Hosted online from Madrid, Spain

Website: econfseries.com

20th January, 2025

2. Uchburchak yuzasini hisoblash formulalari:

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c; \quad S_{\Delta} = \frac{1}{2}ab\sin\gamma = \frac{1}{2}bc\sin\alpha = \frac{1}{2}ac\sin\beta$$

$$S_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ (Geron formulasi); } S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}, \quad S_{\Delta} = pr.$$

Bu yerda va bundan keyin a, b, c – uchburchakning tomonlari h_a, h_b, h_c uchburchakni mos tomoni balandliklari; α, β, γ - uchburchakni mos ravishda a, b, c tomonlari qarshisidagi ichki burchaklari;

$r = \frac{1}{2}(a + b + c)$ - yarim perimetr; R – uchburchakka tashqi chizilgan aylana radiusi;

r -uchburchakka ichki chizilgan aylana radiusi, S_{Δ} – uchburchak yuzi.

3. Uchburchaklarni o'xshashlik alomatlari:

Ikki uchburchak uchun quyidagi shartlardan biri o'rinli bo'lsa, ular o'zaro o'xshash deyiladi:

- a) bir uchburchakning ikki burchagi mos ravishda ikkinchi uchburchakning ikki burchagiga teng bo'lsa;
- b) bir uchburchakning ikki tomoni ikkinchi uchburchakning ikki tomoniga proporsional bo'lib, ular orasidagi burchaklari teng bo'lsa;
- s) bir uchburchakning uch tomoni ikkinchi uchburchakning uch tomoniga proporsional bo'lsa.

To'g'ri burchakli uchburchaklarning o'xshashlik alomatlari:

Ikki to'g'ri burchakli uchburchak uchun quyidagi shartlardan biri o'rinli bo'lsa, ular o'zaro o'xshash deyiladi:

- a) uchburchaklar teng o'tkir burchaklarga ega bo'lsa;
- b) birinchisining katetlari ikkinchisining katetlariga proporsional bo'lsa;
- s) birinchisining kateti va gipotenuzasi ikkinchisining kateti va gipotenuzasiga proporsional bo'lsa.

Uchburchaklarni o'xshashlik ($\Delta ABC \sim \Delta A_1 B_1 C_1$) koeffitsiyenti k ularni mos tomonlari nisbatiga teng:

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1} = k$$

O'xshash uchburchaklar uchun quyidagi tengliklar o'rinli:

a) mos balandliklar nisbati o'xshashlik koeffitsiyentiga teng:

$$\frac{h_a}{h_{a_1}} = \frac{h_b}{h_{b_1}} = \frac{h_c}{h_{c_1}} = k; \quad \frac{S}{S_1} = k^2$$

4. Sinuslar teoremasi:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R.$$

5. Kosinuslar teoremasi:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha; \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

6. Uchburchak medianasi ta'rifi va xossalari:

Uchburchakni medianasi deb, uchburchakni uchi bilan qarshisidagi tomon o'rtasini tutashtiruvchi kesmaga aytiladi.

Mediananing asosiy xossalari:

a) uchburchakni o'rta chizig'i deb ataluvchi tomonlari o'rtasini tutashtiruvchi kesmalar, tomonlarga parallel va mos tomon yarmiga teng;

b) uchburchakning medianalari bir nuqtada kesishadi va uchidan boshlab hisoblaganda 2:1 nisbatda bo'linadi;

s) mediana uchburchakni ikkita tengdosh uchburchakka ajratadi;

d) O nuqta $\triangle ABC$ ni medianalari kesishgan nuqtasi bo'lsin, $\triangle ABO, \triangle BCO, \triangle ACO$ uchburchaklarni yuzlari teng va ularning yig'indisi $\triangle ABC$ yuzasiga teng bo'ladi.

Mediana va tomon uzunliklarini bog'lovchi formulalarni esda tutish lozim:

$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2}; \quad m_a = \sqrt{\frac{a^2}{4} + c^2 - ac \cos \beta}; \quad a = \frac{2}{3} \sqrt{2(m_b^2 + m_c^2) - m_a^2}.$$

Bu yerda m_a, m_b, m_c - $\triangle ABC$ uchburchakning mos ravishda a, b, c tomonlariga o'tkazilgan medianalar uzunliklari (xuddi shu kabi formulalarni qolgan tomon va medianalar uchun ham hosil qilish mumkin).

7. Uchburchak balandligi ta'rifi va hisoblash formulalari:

Uchburchakning berilgan uchidan tushirilgan balandligi deb, shu uchidan uning qarshisidagi tomoni yotgan to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarga aytiladi.

International Conference on Modern Science and Scientific Studies

Hosted online from Madrid, Spain

Website: econfseries.com

20th January, 2025

Ixtiyoriy uchburchak balandliklari, tomonlari, burchaklari va ichki chizilgan aylana radiusini bog'lovchi formulalar:

$$h_a = b \sin \gamma = c \sin \beta, \quad h_b = c \sin \alpha = a \sin \gamma, \quad h_c = a \sin \beta = b \sin \alpha,$$

$$h_a = \frac{2S_{\Delta}}{a} = \frac{2}{a} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r};$$

8. Uchburchak bissektrisasi ta'rifi va xossalari:

Uchburchakni berilgan uchidan o'tkazilgan bissektirasi deb, uchburchak burchagi bissektirasi shu uchni uning qarshi tomondagi nuqta bilan tutashtiruvchi kesmasiga aytiladi.

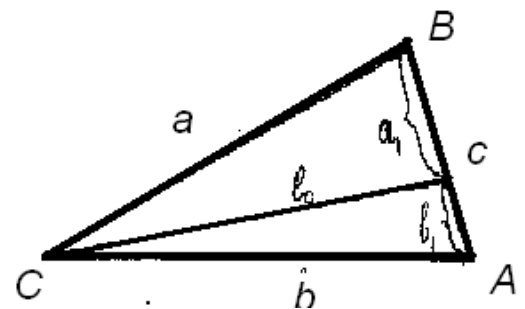
Uchburchak bissektrisasi asosiy xossalari:

- uchburchak uchta bissektrisasi bir nuqtada kesishadi, bu nuqta uchburchakni ichki nuqtasi bo'lish bilan birga ichki chizilgan aylana markazi bo'ladi;
- uchburchak bissektrisasi tomonlaridan teng uzoqlikdagi nuqtalarning geometrik o'rnidir;
- uchburchak bissektrisasi qarshisidagi tomonni shu burchakka yopishgan tomonlariga proporsional qismlarga ajratadi.

Uchburchakning tomonlari va bissektrisalarini bog'lovchi formulalarni esda tutish foydali:

$$l_c = \sqrt{ab - a_1 b_1}; \quad l_c = \frac{\sqrt{ab(a+b+c)(a+b-c)}}{a+b};$$

$$l_c = \frac{\sin \beta}{\sin \frac{\gamma}{2}} \cdot \frac{ac}{b+a} = \frac{2ab \cos \frac{\gamma}{2}}{a+c}$$



l_c - ΔABC uchburchakni C uchidan chiqqan bissektrisasi uzunligi;

9. Uchburchakning maxsus hollardagi medianasi, bissektrisasi, balandligi va tomonining ba'zi bir xossalari:

- teng yonli uchburchakning balandligi, bissektrisasi medianasi ustma-ust tushadi;
- teng tomonli uchburchakning har bir uchidan tushirilgan medianasi, bissektrisasi, balandligi ustma-ust tushadi;

International Conference on Modern Science and Scientific Studies

Hosted online from Madrid, Spain

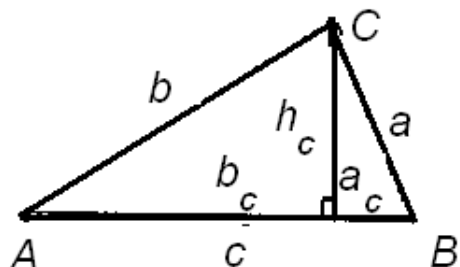
Website: econfseries.com

20th January, 2025

s)

va

d)



to'g'ri tomonli uchburchakda a, b - katetlari
c- gipotenuzasi quyidagi tenglik bilan
bog'langan (Pifagor teoremasi)

$$a^2 + b^2 = c^2;$$

to'g'ri burchakli uchburchakning kateti
gipotenuzasi va shu katetining

gipotenuzadagi proyeksiyasiga o'rta proporsional;

$$\frac{b_c}{b} = \frac{b}{c}; \quad \frac{a_c}{a} = \frac{a}{c};$$

d) to'g'ri burchakli uchburchakning to'g'ri burchagidan tushirilgan balandligi,
katetlarning gipotenuzadagi proyeksiyalariga o'rta proporsional:

$$\frac{b_c}{h_c} = \frac{h_c}{a_c};$$

e) to'g'ri burchakli uchburchakda tomonlar va burchaklarni bog'lovchi tengliklar:

$$a = c \sin \alpha, \quad b = c \cos \alpha.$$

Foydalanilgan adabiyotlar

1. O'zbekiston Respublikasining «Ta'lim to'g'risida»gi Qonuni, Toshkent, 1997 y.
2. O'zbekiston Respublikasining «Kadrlar tayyorlash milliy dasturi», Toshkent, 1997 y.
3. O'zbekiston Respublikasining «Davlat ta'lim standartlari», Toshkent, 1998 y.
4. А.У.Умирбеков, Ш.Ш.Шоабзалов Математикани такропланг, Тошкент, «Ўқитувчи» 1989 й.
5. Т.Тўлаганов, А.Норматов Математикадан практикум, Тошкент, «Ўқитувчи» 1989 й.
6. В.Больтянский, Ю.Сидоров, М.Шабунин Лекции и задачи по элементарной математики, М. Наука, 1974.
7. Н.Антонов и др. Сборник задач по элементарной математики, М. Наука, 1979.



International Conference on Modern Science and Scientific Studies

Hosted online from Madrid, Spain

Website: econfseries.com

20th January, 2025

-
8. Е.Н.Куценко, Н.Н. Мелников Математикадан масалалар ечиш, 2-қисм Геометрия. Тошкент, «Ўқитувчи», 1987.
 9. «Ахборотнома» о‘қув yurtlariga kirish uchun test savollari. Toshkent – 1996 – 2003 y. Uzbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi huzuridagi “Davlat test markazi”.