



UCHINCHI TARTIBLI KELI DARAXTIDA ANIQLANGAN SPIN QIYMATI SANOQLI BO'LGAN BLYUM-KAPEL MODEL I UCHUN ASOSIY HOLATLAR

Axmedov Sarvar

Aniq va ijtimoiy fanlar universiteti magistranti

axmedovasarvarabd@gmail.com

Annotatsiya

Tezisdan Blyum-Kapel modelining matematik ifodalari va uning uchinchi tartibli fazaviy o'tishlarni qanday ifodalayotgani ko'rib chiqiladi. Keli daraxtidagi spin qiymatlari, tizimning energetik holati va simmetriyasi orqali o'rganiladi, shuningdek, modelning analitik va numerik tahlillari taqdim etiladi.

Natijalar Blyum-Kapel modelining keng ko'lamli fizikaviy hodisalarni tushunishga yordam berishi va yangi tadqiqot yo'nalishlariga yo'l ochishi mumkinligini ko'rsatadi

Kalit so'zlar: Keli daraxti, fazalar almashinuvi, Blyum-Kapel modeli, Hamiltonian, birlik shar, sanoqli bo'lgan spin qiymatlari, konfiguratsiya

Keli daraxti Γ^k , bu $k \geq 1$ tartibli cheksiz daraxt bo'lib, ya'ni har bir uchidan aynan $k + 1$ dona qirra chiquvchi, siklsiz cheksiz grafdir.

Faraz qilaylik, $\Gamma^k = (V, L, i)$, bu yerda V – Γ^k ni uchlar to'plami, L – uning

qirralar to'plami va i – insidentlik funksiyasi, har bir $l \in L$ qirraga uning oxirgi nuqtalari $x, y \in V$ ni mos qo'yadi. Agar $i(e) = \{x, y\}$ bo'lsa, u holda x, y yaqin qo'shnilar deyiladi va bunda $l = \langle x, y \rangle$ ko'rinishda yozamiz.

Ushbu ishda spin qiymati $\{-1, 0, 1\}$ larning barcha mumkin bo'lgan 4 o'rinli (81 xil konfiguratsiyada) Blyum-Kapel modeli uchun 3-tartibli Keli daraxtida aniqlangan asosiy holatlarni topish masalasini muhokama etilgan. Demak, birlik sharlarda Blyum-Kapel modelida energiya xususiy holda ushbu formula yordamida hisoblanadi:

$$H(\sigma) = \frac{1}{2}J \sum_{(x,y) \in L} (\sigma(x)\sigma(y) + a\sigma^2(x)\sigma^2(y))$$

$H(\sigma)$ – Hamiltonian (umumiy energiya);

J – O‘zaro ta’sir konstantasi (Bu parametr qo‘shni tugunlar orasidagi o‘zaro ta’sir kuchini belgilaydi)

$\sigma(x)$, $\sigma(y)$ – spin qiymatlari (har bir tugunda joylashgan spin holatini ifodalaydi);

a – kvadratik o‘zaro ta’sir konstantasi (qo‘shni spinlarning kvadrat qiymatlariga asoslangan bog‘lanish).

Ushbu formula yordamida energiyasi o‘zaro tenglarini ajratilib, 8 sinfdan iboratligi aniqlandi.

Ta’rif. Ixtiyoriy $b \in M$ uchun $h(\varphi_b) = \min \{h_1, h_2, \dots, h_8\}$ bo‘lsa, φ konfiguratsiya Hamiltonianning asosiy holati deyiladi.

Blyum-Kapel modeli uchun asosiy holat bo‘ladigan sohalarni topish masalasini ko‘rib chiqamiz. Bu masalasini hal etish uchun, har bir energiyani minimallashtirish masalasi qaraladi, bu esa har bir energiyani boshqa energiyalardan katta emasligini topish deganidir. Demak, biz aniqlangan 8 ta tengsizliklar sistemasining umumiy yechimlarini topib, ikki o‘lchovli fazoda sohalarga ajratamiz.

Ya’ni quyidagilardan iborat bo‘ladi.

$$\begin{cases} h_I \leq h_{II} \\ h_I \leq h_{III} \\ h_I \leq h_{IV} \\ h_I \leq h_V \\ h_I \leq h_{VI} \\ h_I \leq h_{VII} \\ h_I \leq h_{VIII} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J \leq 0 \\ a \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} h_{III} \leq h_I \\ h_{III} \leq h_{II} \\ h_{III} \leq h_{IV} \\ h_{III} \leq h_V \\ h_{III} \leq h_{VI} \\ h_{III} \leq h_{VII} \\ h_{III} \leq h_{VIII} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J \geq 0 \\ a \leq \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} h_{II} \leq h_I \\ h_{II} \leq h_{III} \\ h_{II} \leq h_{IV} \\ h_{II} \leq h_V \\ h_{II} \leq h_{VI} \\ h_{II} \leq h_{VII} \\ h_{II} \leq h_{VIII} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J = 0 \\ a \in R \end{cases}$$

$$\begin{cases} h_{IV} \leq h_I \\ h_{IV} \leq h_{II} \\ h_{IV} \leq h_{III} \\ h_{IV} \leq h_V \\ h_{IV} \leq h_{VI} \\ h_{IV} \leq h_{VII} \\ h_{IV} \leq h_{VIII} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J \leq 0 \\ a = -1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 &\left\{ \begin{array}{l} h_V \leq h_I \\ h_V \leq h_{II} \\ h_V \leq h_{III} \\ h_V \leq h_{IV} \\ h_V \leq h_{VI} \\ h_V \leq h_{VII} \\ h_V \leq h_{VIII} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} J \geq 0 \\ -\frac{1}{3} \leq a \leq 0 \end{cases} & \left\{ \begin{array}{l} h_{VI} \leq h_I \\ h_{VI} \leq h_{II} \\ h_{VI} \leq h_{III} \\ h_{VI} \leq h_{IV} \\ h_{VI} \leq h_V \\ h_{VI} \leq h_{VII} \\ h_{VI} \leq h_{VIII} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} J \leq 0 \\ -1 \leq a \leq 0,2 \end{cases} \\
 &\left\{ \begin{array}{l} h_{VII} \leq h_I \\ h_{VII} \leq h_{II} \\ h_{VII} \leq h_{III} \\ h_{VII} \leq h_{IV} \\ h_{VII} \leq h_V \\ h_{VII} \leq h_{VI} \\ h_{VII} \leq h_{VIII} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} J \geq 0 \\ \frac{1}{5} \leq a \leq 1 \end{cases} & \left\{ \begin{array}{l} h_{VIII} \leq h_I \\ h_{VIII} \leq h_{II} \\ h_{VIII} \leq h_{III} \\ h_{VIII} \leq h_{IV} \\ h_{VIII} \leq h_V \\ h_{VIII} \leq h_{VI} \\ h_{VIII} \leq h_{VII} \end{array} \right\} \Rightarrow 1 - \text{holat} \begin{cases} J \geq 0 \\ a \geq 1 \end{cases} \text{ va } 2 - \text{holat} \begin{cases} J \leq 0 \\ a \leq -1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Bu yerda $h_i(a, J)$ o'zaro teng energiyalar qiymatini ifoda etadi.

$i \in (I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII)$

Teorema: Har qanday C_i , sinf uchun va har qanday cheklangan $\sigma_b \in C_i$ uchun davriy konfiguratsiyasi mavjud, shuning uchun $\sigma_b \in C_i$ barcha $b \in M$ va $\varphi_b = \sigma_b$.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Ганиходжаев Н.Н. Групповое представление и автоморфизмы дерева Кэли. // Доклады АН РУз. – Ташкент, 1994. – № 4. – С. 3-5.
2. Ганиходжаев Н. Н., Розиков У. А., Групповое представление леса Кэли и его некоторые применения, Изв. РАН. Сер. матем., 2003, том 67, выпуск 1, 21–32
3. Rozikov U.A. Gibbs measures on Cayley trees. World Scientific. -2013.
4. Xatamov N.M., Hakimov R.M. Translation-invariant Gibbs measures for the Blume–Capel model on a Cayley tree. //JMPAD, 15:2 (2019), 239–255.
5. Botirov G.I.: Ground states for Potts model with competing interactions on Cayley tree // Uzbek Math. Jour. No.4, (2011), pp.59-65.