



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕТРОВОЙ ТУРБИНЫ

¹Музаффаров С.А.,

²Маратов Х.У.,

³Курбонова Г.Ф.

¹Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН
РУз, Ташкент, Узбекистан

²Бухарский государственный технический университет, Бухара, Узбекистан

³Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммада
ал-Хоразмий, Ташкент, Узбекистан

Аннотация:

В статье приведены результаты моделирования течения воздуха при турбулентном режиме обтекания ветрового устройства в виде профилей и полей давления и скорости. Моделирование проводилось с помощью программного комплекса ANSYS FLUENT. Полученные профиль осевой скорости, коэффициент давления вокруг лопасти и мгновенного коэффициента мощности одной лопасти при использовании модели переходной SST хорошо согласуются с экспериментальными данными

Ключевые слова: ветряная турбина с вертикальной осью (VAWT); обтекание воздушным потоком; уравнения Навье-Стокса; модели турбулентности; численное моделирование; вычислительный и стендовый эксперимент; поле субстанций; коэффициенты давления и мощности.

ВВЕДЕНИЕ

Последние годы в Республике Узбекистан принят комплекс мер, направленные на дальнейшее увеличение эффективности использования электрической энергии в отраслях экономики и в быту, широкому внедрению экономично использующих электроэнергию технологий и развитию возобновляемых источников энергии.

За последние 50 лет 85% доля выработки электроэнергии в республике соответствует природному газу. Выбрасываемые в результате сжигания



International Conference on Medical Science, Medicine and Public Health

Hosted online from Jakarta, Indonesia

Website: econfseries.com

30th October, 2025

углеводородов углекислого газа и оксиды углерода приводят к загрязнению атмосферы, уменьшению ее прозрачности и увеличению мутности. Это в свою очередь, усиливается «парниковый эффект», который в течение последних сто лет увеличил среднюю температуру атмосферы Земли на 1.5-2 градусов. Такое глобальное изменение климата приводит к таянию ледников северного и южного полюсов Земли, частому образованию аномальных климатических явлений. В конечном итоге это отражается на глобальное экологическое состояние планеты и развитию цивилизации. В связи с этим на сегодняшний день становится актуальным широкое использование альтернативных источников электроэнергии.

Продукты ANSYS, широко используемые ведущими компаниями, предлагают обширный набор физических моделей и возможность мультидисциплинарных расчетов в ANSYS Workbench. Благодаря удобному интерфейсу и надежным решателям ANSYS CFD легко осваивается. Интеграция в Workbench и единый постпроцессор CFD-Post создают полный комплекс для моделирования. Адаптивная архитектура позволяет быстро создавать модели от гидродинамики до сложного мультифизического взаимодействия с помощью drag-and-drop и сравнивать различные концепции. [10].

Постпроцессор ANSYS CFD-Post позволяет сравнивать результаты нескольких расчетов и создавать качественные анимации и иллюстрации. Для высококачественного CFD моделирования важна технология создания расчетной сетки. ANSYS Meshing предлагает разнообразные методы для разных элементов модели, а продвинутый генератор ANSYS ICEM CFD позволяет редактировать сетки и создавать блочно-структурированные гексаэдральные сетки. [9-10].

Решатели ANSYS CFD работают с неструктурированными сетками, которые можно автоматически дробить для расчетов на кластере. Динамические сетки позволяют моделировать движение частей изделий, двигатели, клапаны, запуск ракет и динамику судна, с возможностью использования разных методов перестройки сетки. Поддерживаются большинство моделей CFD, включая горение, многофазные течения, свободную поверхность, сжимаемые

жидкости, а также скользящие сетки и системы множественного вращения (MFR) для насосов и турбомашин [10].

Полная система уравнений Навье – Стокса с двумя одним (модель Спаларта -Алмарса) или нелинейными диффузионными уравнениями, учитывающих флуктуации средней скорости турбулентных потоков, представляет собой семейство моделей $k-\varepsilon$ и $k-\omega$, где k – массовая плотность турбулентной энергии; ε – скорость ее диссипации; ω – скорость диссипации энергии в единице объема и времени. Особенностью данной системы является каскадность ее решения, что наиболее удобно для применения в программных пакетах для моделирования процессов в цилиндрических координатах.

ANSYS CFD включает широкий спектр моделей турбулентности: классические $k-\varepsilon$, $k-\omega$, RSM, а также LES и DES для промышленных задач. Инновационные модели позволяют учитывать ламинарно-турбулентный переход и масштаб турбулентных вихрей (SAS). Пристеночные функции и метод enhanced wall treatment обеспечивают точное описание потоков у стенок. [10].

В процессе решения задачи для описания турбулентности могут быть использованы пять моделей турбулентности.

Модель модифицированная $k-\varepsilon$. В отличие от известных работ, здесь для описания турбулентного обмена предлагается использовать модифицированную $k-\varepsilon$ модель, что способствует более адекватному описанию тепломассообменного процесса:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - 2 \rho \varepsilon M_t^2 + S_k, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \varepsilon u_j) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S \varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b + S_\varepsilon. \end{aligned} \right.$$

Здесь использованы обозначения

$$C_1 = \max \left[0.43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \quad \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, \quad S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad \mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_S \frac{kU^*}{\varepsilon}}, \quad U^* \equiv \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij}\tilde{\Omega}_{ij}}$$

$$, \quad \Omega_{ij} = \overline{\Omega}_{ij} - 2\varepsilon_{ijk}\omega_k, \quad A_S = \sqrt{6} \cos \phi, \quad \phi = \frac{1}{3} \cos^{-1}(\sqrt{6}W), \quad W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\tilde{S}^3}, \quad \tilde{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}},$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right), \quad G_k = -\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}, \quad S \equiv \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad G_b = \beta g_i \frac{\mu_t \partial T}{\text{Pr}_t \partial x_i}, \quad \text{Pr}_t = 1/a_t,$$

$$a_0 = 1/\text{Pr} = k/\mu c_p, \quad \beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p, \quad G_b = -g_i \frac{\mu_t}{\rho \text{Pr}_t} \frac{\partial \rho}{\partial x_i}, \quad M_t = \sqrt{\frac{k}{a^2}}, \quad a = \sqrt{\gamma RT}.$$

Эмпирические константы $k-\varepsilon$ модели принимают стандартные значения: $C_{1\varepsilon} = 1.44, C_2 = 1.9, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.2, A_0 = 4.04$.

Модель Спаларта-Аллмараса. Эта модель относится к классу однопараметрических линейных моделей турбулентности. Здесь появляется только одно дополнительное дифференциальное уравнение для расчета кинематического коэффициента вихревой вязкости. Это низкорейнольдсовая модель турбулентности, которая описывает всю область течения, дается следующим уравнением:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \tilde{v}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \tilde{v} u_i) =$$

$$G_v + \frac{1}{\sigma_{\tilde{v}}} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\mu + \rho \tilde{v}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right\} + C_{b2\rho} \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right)^2 \right] - C_{w1\rho} f_w \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 + S_{\tilde{v}}.$$

Турбулентная вихревая вязкость вычисляется по формуле: $\mu_t = \rho \tilde{v} f_{v1}$, дополнительные определения даются следующими зависимостями:

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3}, \quad \chi = \frac{\tilde{v}}{\nu}, \quad \tilde{S} \equiv S + \frac{\nu}{\kappa^2 d^2} f_{v2}, \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}, \quad S \equiv \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}},$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right), \quad f_w = g \left[\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6} \right]^{1/6}, \quad r = \frac{\tilde{v}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2}, \quad a$$

International Conference on Medical Science, Medicine and Public Health

Hosted online from Jakarta, Indonesia

Website: econfseries.com

30th October, 2025

константы замыкания для модели: $C_{prod} = 2.0$, $C_{b1} = 0.1355$, $C_{b2} = 0.622$,

$$\sigma_{\tilde{\nu}} = \frac{2}{3}, C_{\nu1} = 7.1, C_{w1} = \frac{C_{b1}}{\kappa^2} + \frac{(1+C_{b2})}{\sigma_{\tilde{\nu}}}, C_{w2} = 0.3, C_{w3} = 2.0, \kappa = 0.4187.$$

Стандартная модель $k-\varepsilon$.

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \\ + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon \rho} \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon. \end{cases}$$

Турбулентная вихревая вязкость вычисляется по формуле: $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$,

константы замыкания для стандартной $k-\varepsilon$ модели: $C_{1\varepsilon} = 1.44$, $C_{2\varepsilon} = 1.92$, $C_\mu = 0.09$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$.

Модель RNG $k-\varepsilon$ [3].

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha_\varepsilon \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \\ + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon \rho} \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon + S_\varepsilon. \end{cases}$$

Турбулентная вихревая вязкость вычисляется по формуле: $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$,

константы замыкания для RNG $k-\varepsilon$ модели: $C_\mu = 0.0845$,

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta / \eta_0) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{1}{k}, \quad \eta \equiv Sk / \varepsilon, \quad \eta_0 = 4.38, \quad \beta = 0.012, \quad \eta \approx 3.0, \quad C_{2\varepsilon}^* \approx 2.0, \\ C_{1\varepsilon} = 1.42, \quad C_{2\varepsilon} = 1.68.$$

Модель $k-\omega$ это модель - исторически самая первая высокорейнольдсовская модель с двумя дифференциальными уравнениями [3]:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho \beta^* f_\beta k \omega + S_k, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - \rho \beta f_\beta \omega^2 + S_\omega. \end{cases}$$

Не содержит членов, отражающих влияние молекулярной вязкости на турбулентность. Сейчас применяется редко.

Турбулентная вихревая вязкость вычисляется по формуле: $\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega}$,

модельные константы определяются как функция $\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$, $\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}$,

$$\alpha^* = \alpha_\infty^* \left(\frac{\alpha_0^* + \text{Re}_t / R_k}{1 + \text{Re}_t / R_k} \right), \quad \text{Re}_t = \frac{\rho k}{\mu \omega}, \quad G_k = -\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}, \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right),$$

$$G_\omega = \alpha \frac{\omega}{k} G_k, \quad \alpha = \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*} \left(\frac{\alpha_0 + \text{Re}_t / R_\omega}{1 + \text{Re}_t / R_\omega} \right), \quad \chi_k \equiv \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \quad \beta^* = \beta_i^* [1 + \zeta^* F(M_t)],$$

константы замыкания для $k-\omega$ модели: $\alpha_0^* = \frac{\beta_i}{3}$, $R_k = 6$, $\beta_i = 0.072$,

$$\alpha^* = \alpha_\infty^* = 1, \quad R_\omega = 2.95, \quad \alpha = \alpha_\infty = 1, \quad \beta_i^* = \beta_\infty^* \left(\frac{4/15 + (\text{Re}_t / R_\beta)^4}{1 + (\text{Re}_t / R_\beta)^4} \right), \quad \zeta^* = 1.5,$$

$$R_\beta = 8, \quad \beta_\infty^* = 0.09, \quad \chi_\omega = \left| \frac{\Omega_{ij} \Omega_{ij} S_{ij}}{(\beta_\infty^* \omega)^3} \right|, \quad \beta = \beta_i \left[1 - \frac{\beta_i^*}{\beta_i} \zeta^* F(M_t) \right], \quad M_t^2 \equiv \frac{2k}{a^2}, \quad M_{t0} = 0.25$$

$$, a = \sqrt{\gamma RT}, \alpha_{\infty}^* = 1, \alpha_{\infty} = 0.52, \alpha_0 = \frac{1}{9}, \beta_{\infty}^* = 0.09, \beta_i = 0.072, R_{\beta} = 8, R_k = 6, \\ R_{\omega} = 2.95, \zeta^* = 1.5, M_{i0} = 0.25, \sigma_k = 2.0, \sigma_{\omega} = 2.0.$$

ANSYS CFD долгое время лидирует в CFD-моделировании вращающихся машин, обеспечивая высокую точность, скорость и устойчивость расчетов. Комплекс включает полный набор моделей, сквозной расчет стационарных и вращающихся компонентов турбомашин, а также специализированные надстройки для удобства подготовки и анализа. Модули ANSYS BladeModeler и TurboGrid позволяют быстро создавать геометрию лопаточного колеса и строить высококачественные гексаэдральные сетки [10].

Вычислительный эксперимент в программной среде ANSYS

В работе рассматривается вариант задачи моделирования обтекания разработанной ветроустановки.

Построение CAD модели рис. 1.1 выполнялось в среде SolidWorks, где были заданы основные геометрические размеры. Так как задача сводится к моделированию плоской задачи, то был выбран 2D режим проектирования.

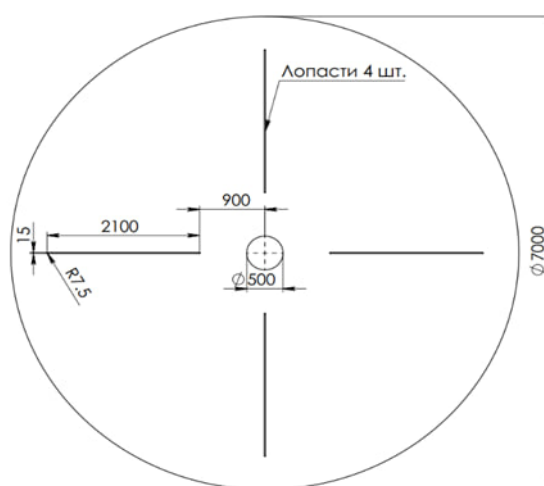


Рисунок 1.1. Геометрия ветрогенератора 2D (вид сверху)

Расчетная сетка

Далее CAD модель была экспортирована в программу Cadence Pointwise для создания гибридной сетки конечных объемов (рисунке 1.2). Был выбран тип O-grid топологии для задания домена потока CFD. Входное граничное условие скорости было задано в I первой четверти круглого домена и в остальных частях условия выходного атмосферного давления. Также непосредственно у стенок лопастей были разрешены слои ячеек для точного моделирования турбулентного вязкостного слоя, где $Y^+ < 4$.

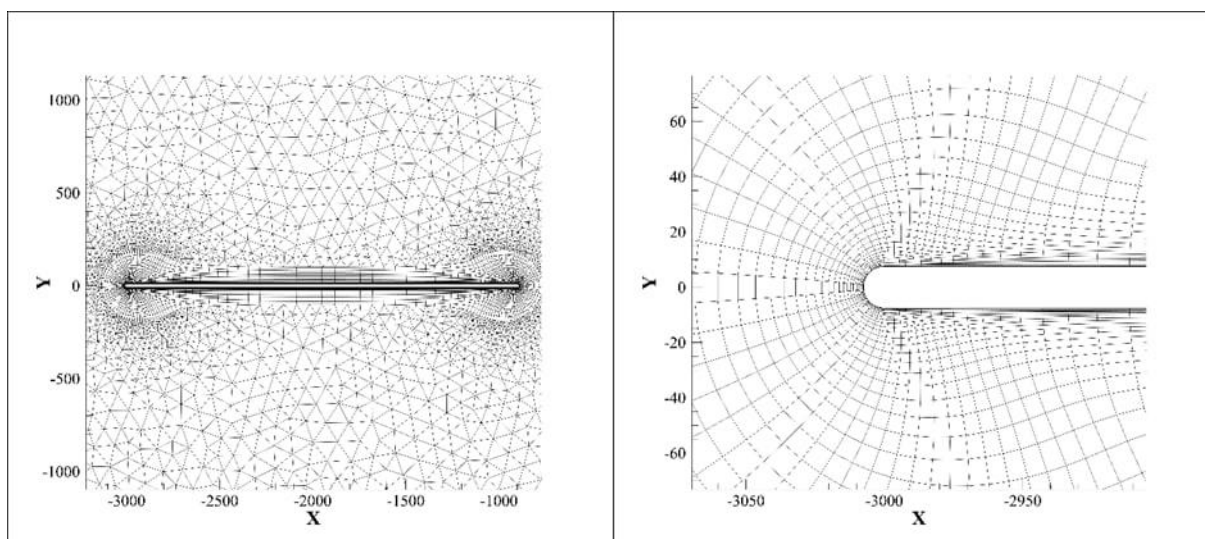


Рисунок 1.2. Неструктурированная расчетная сетка конечных объемов.

Ansys Fluent – это программное обеспечение общего назначения для вычислительной гидродинамики (CFD), используемое для моделирования потока жидкости, тепло- и массопереноса, химических реакций и многого другого. Fluent предлагает современный удобный интерфейс, который оптимизирует процесс CFD от предварительной до последующей обработки в рамках рабочего процесса в одном окне.

Основное преимущество данной программы в том, что Fluent позволяет использовать технологию Dynamic Mesh для задач с динамической сеткой. Динамическая модель сетки позволяет перемещать границы зоны ячеек относительно других границ зоны и соответствующим образом настроить сетку. Движение границ может быть жестким, например поршни,

движущиеся внутри цилиндра двигателя или закрылок, отклоняющийся на крыле самолета, или деформирующийся, например, упругая стенка воздушного шара во время надувания или гибкая стенка артерии, реагирующая на импульс давления от сердца. В любом случае узлы, которые определить, что ячейки в домене должны обновляться в зависимости от времени, и, следовательно, динамическая сетка решения по своей природе нестационарны.

Настройки солвера и постпроцессинг

Тип – нестационарный несжимаемый поток в 2D постановке (см. рис.1.3 а). Масса установки 68 кг, момент инерции по оси Z 85 кг·м² (см. рис.4.5б). Входная скорость – $V = 5 \text{ м/с}$.

Для описания турбулентности в первом варианте была выбрана двухпараметрическая низкорейнольдсовая модель Ментера $k - \omega$ SST (см. рис. 1.3 в). Схема для связки давление-скорость была выбрана Coupled, которая обеспечивает лучшей сходимости по времени. Пространственная дискретизация – второго порядка для всех величин. Шаг по времени

Результаты моделирования вращения лопастей ветрогенератора показали скорость в 20-25 об/мин при скорости ветра в 5 м/с (см. рисунке 1.4). Также проведен расчета для случая 8 м/с (см. рисунке 1.5).

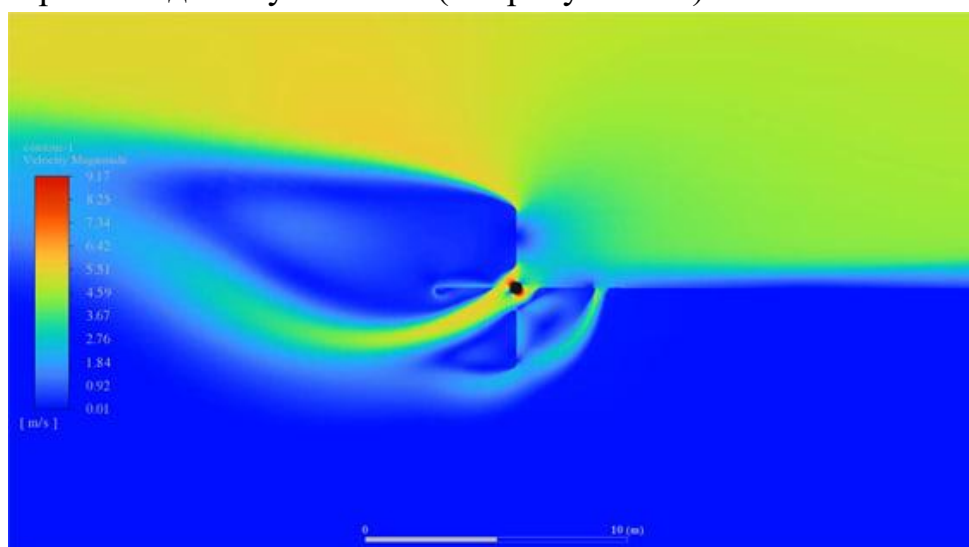


Рисунок 1.3. Контур скорости вращения $V=5 \text{ м/с}$. К- ω модель

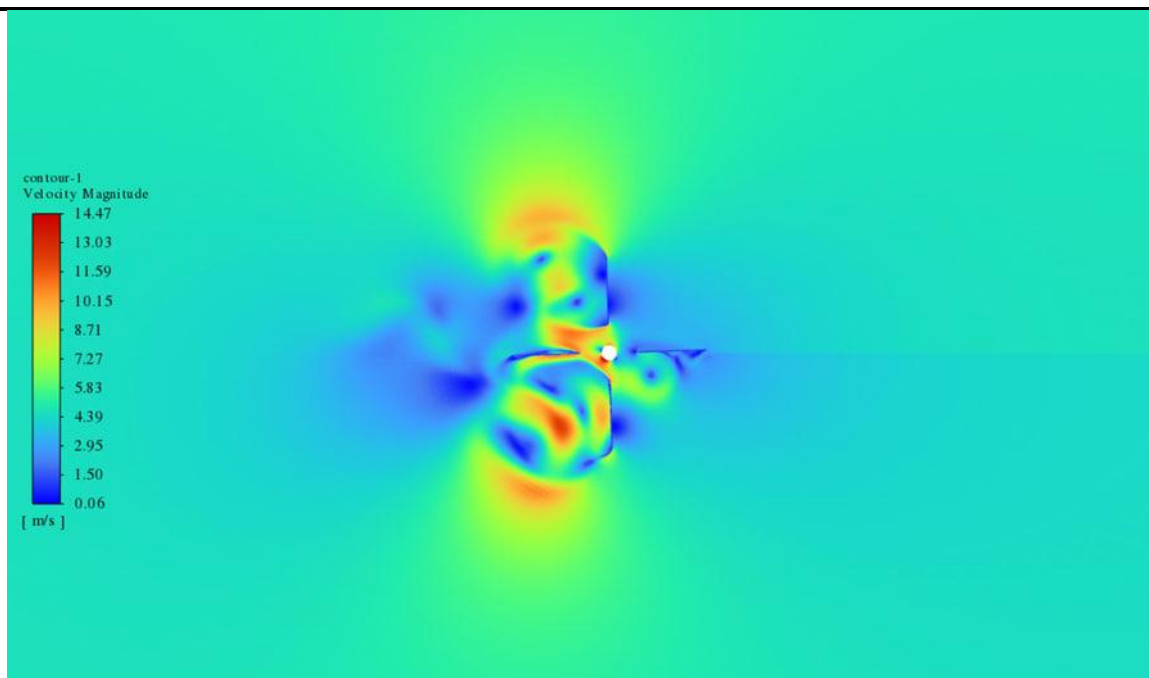


Рисунок 1.4. Контур скорости вращения $V=8$ м/с. $K-\omega$ модель

Также проведены расчеты с привлечением $k-\varepsilon$ модели турбулентности (рисунке 1.5) и другие модели турбулентности.

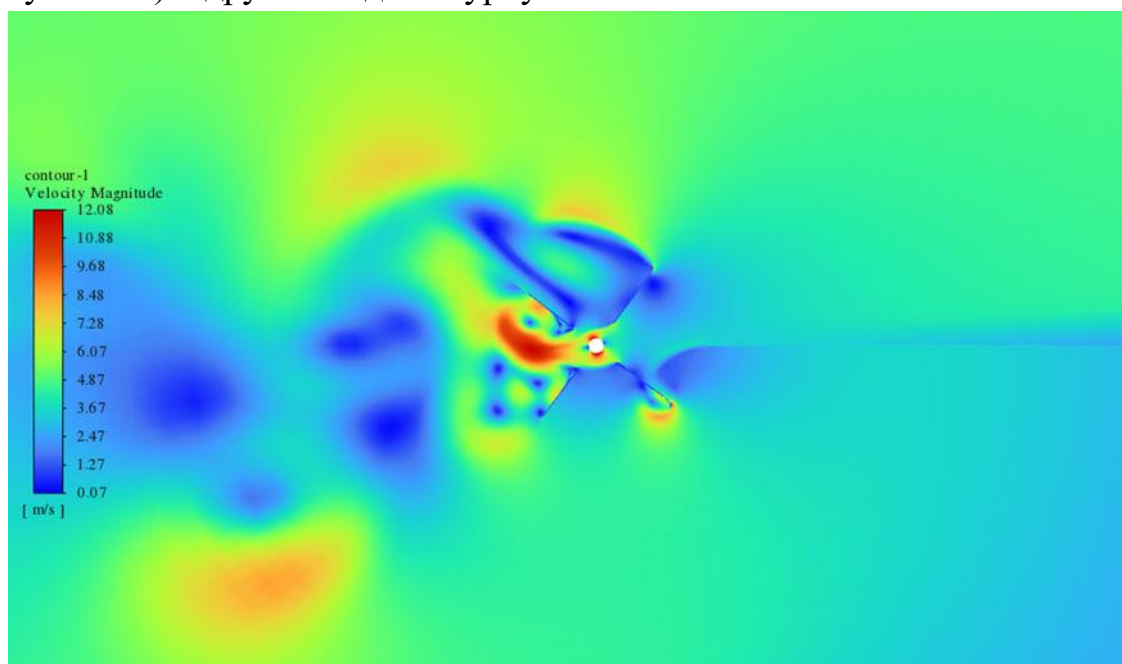


Рисунок 1.5. Контур скорости вращения $V=5$ м/с. $k-\varepsilon$ модель

Согласно предварительным экспериментальным результатам построена кривая мощности установки в зависимости от скорости ветра (рисунке 1.6).

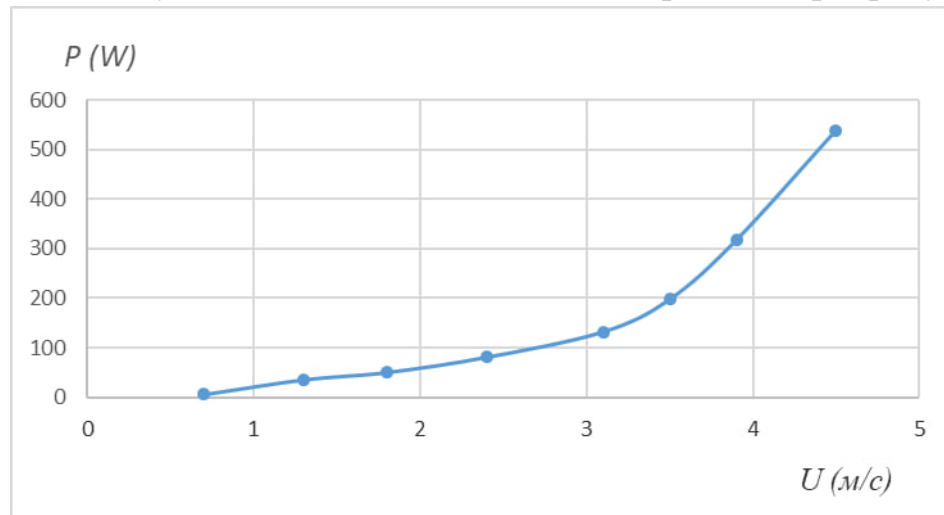


Рисунок 1.6. Кривая мощности

Получены многочисленные результаты по аэродинамике ВТВО, которые следует в дальнейшем обработать методами статистики и анализировать.

Заключение

Теоретическими расчетами в среде ANSYS установлено, что при расчете аэродинамики предложенного ВТВО можно использовать $k-\omega$ и $k-\varepsilon$ модели турбулентности, которые более адекватно описывают процесс обтекания вращающегося устройства.

Получены первичные экспериментальные результаты, показывающие, что при скорости ветра выше 4 м/с разработанное устройство может обеспечить 0.5 кВт энергии.

Результаты по аэродинамике ВТВО, которые не включены в настоящий отчет, необходимо в дальнейшем обработать методами статистики и анализировать.



СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Тоиров О.З., Алимходжаев К.Т., Алимходжаев Ш.К. Қайта тикланувчи энергия манбалари. Ўзбекистон шароитида ишлаб чиқариш ва ишлатиш истиқболлари. – Т.: «Fan va texnologiya», 2019. – 212 б.
2. Раджабов А., Вахидов А.Х. Мутахассисликка кириш: Олий ўқув юртлари учун дарслик. – Тошкент, 2016. – 275 б.
3. Капля Е.В. Математическая модель переходных процессов поворотно–лопастной ветроэнергетической установки // Матем. моделирование, 2013, том 25, №12. – С. 33–43.
4. Использование энергии ветра в СССР // Бурят-Монгольская правда. №109 (782) 18 мая 1976 года. – С. 7.
5. Соловьёв Александр, Дегтярёв Кирилл. Ветреная энергетика // Наука и жизнь. – 2013. – № 7. – С. 42.
6. Обухов С.Г. Системы генерирования электрической энергии с использованием возобновляемых энергоресурсов: Учебное пособие. – Изд-во Томского государственного университета, 2008. – 150 с.
7. Энергетический портал. Вопросы производства, сохранения и переработки энергии. Дата обращения: 1 апреля 2022
8. <http://www.riarealty.ru/ru/article/34636.html>
9. <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%BE%D1%8D%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B3%D0%B5%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0>
10. <https://aipet.kz/>